

Hand-drawn bar charts. The first chart, titled 'Average Number of Birds', has a y-axis with labels '1000', '1200', and '1400'. It shows three bars with heights approximately 1100, 1250, and 1350. The second chart, titled 'AT data', has a y-axis with labels '100', '200', and '300'. It shows three bars with heights approximately 150, 250, and 300.

[illegible]

Queda a consideración cambiar o complementar los parámetros utilizados, ya que nos centramos en un solo nivel escolar (grado undécimo) y un período de tiempo (Feb. - Jul. / 2005).

HUERTA M., LONJEDO A. La resolución de problemas de probabilidad condicional. En Castro Flores. Investigación en educación matemática. Séptimo simposio de la sociedad española de investigación en educación matemática. Universidad de Granada. 2003.

HUERTA M., LONJEDO A. La resolución de problemas de probabilidad condicional: Un estudio exploratorio con estudiantes de bachillerato. Universidad de Valencia.

ORTIZ de HARO, J. La probabilidad en los libros de texto. Departamento de didáctica de la matemática. Universidad de Granada. Grupo de educación estadística. 2002

ROMERO, y otros. Matemáticas para todos. El sentido de la profesión profesor(a) de matemáticas. Centro de investigaciones y desarrollo científico. Bogotá, Colombia. 2002.

SERRANO, L. Significados institucionales y personales de objetos matemáticos ligados a la aproximación frecuencial de la enseñanza de la probabilidad. Departamento de didáctica de la matemática. Granada. 1996.

MARÍA FERNANDA DUEÑAS
LADY JAHINE HERNÁNDEZ

Dentro de los currículos en las escuelas se encuentra el tratamiento de situaciones problemáticas cuya solución involucre una multiplicación y/o una división, sin embargo, no se concibe que dichas situaciones comprendan más que simples operaciones y además que estas se encuentren ligadas con más de un significado. Es a partir de esto que surge la necesidad de involucrar al estudiante con situaciones que le permitan adquirir los diferentes significados de la multiplicación (Vergnaud, 1990).

Los problemas que necesitan de la regla de tres para obtener una solución, además de involucrar la multiplicación y la división, permiten el desarrollo del concepto de proporción, lo que permite evidenciar a nivel estructural y conceptual relaciones inmersas dentro de las situaciones que implican la proporcionalidad. Es a partir de dichos niveles que el estudiante logra diferenciar situaciones de tipo proporcional de situaciones multiplicativas de otro tipo.

Razonamiento proporcional

Dentro de las practicas pedagógicas propuestas en el plan de estudios diseñamos e implementamos en un colegio del distrito capital, una secuencia de actividades que tenía como fin principal abordar nociones que posibilitarán en los estudiantes el desarrollo del razonamiento proporcional, sin embargo, hasta el momento no es claro que entendemos por este. A continuación expondremos de forma

muy breve que significado tiene para nuestro trabajo.

El razonamiento proporcional es el que se desencadena cuando se resuelven situaciones que reflejen dentro de las explicaciones que proporcionen, las relaciones estructurales de estas situaciones. No se considera a partir de esta perspectiva como una manifestación de razonamiento proporcional el solo uso de la técnica de “la regla de tres” o la resolución multiplicando en cruz de expresiones como $\frac{a}{b} = \frac{x}{d}$ (Chamorro 1991).

Problemas de tipo multiplicativo

Vergnaud (1983) identificó tres clases principales de problemas dentro de la estructura multiplicativa, los llamó *isomorfismo de medidas*, *producto de medidas* y *proporciones múltiples*.

Isomorfismo de las medidas

La primera categoría se utiliza para la introducción de la multiplicación en la primaria, es una relación cuaternaria entre cuatro cantidades; dos cantidades son medidas de un cierto tipo y las otras dos son medidas de otro tipo.

El isomorfismo de medidas cubre todas las situaciones donde hay una proporción directa entre dos espacios de medida M_1 y M_2 . Para lo cual es necesario desarrollar algunas ideas previas sobre los ejes a abordar.

Magnitud

Dentro del isomorfismo de medidas se trabajan con espacios de medida que tienen como elementos las magnitudes y cantidades de magnitudes, con respecto a esto Chamorro (1994) realiza una matematización de los conceptos de magnitud y medida, que se presentará a continuación:

Dos tipos diferentes de magnitudes

Las magnitudes reciben el nombre de *magnitudes extensivas*, sumables o medibles, según las distintas nomenclaturas de los autores. La idea que se esconde debajo es la siguiente: en dichas magnitudes además, la medida respeta esa suma, de forma que la medida de la suma de dos cantidades es la suma de sus medidas respectivas.

La adición definida en las magnitudes medibles o extensivas tiene las propiedades asociativa, conmutativa y posee elemento neutro. Aquellas magnitudes en las que no es posible definir (con sentido) la suma, reciben el nombre de *magnitudes intensivas* o no medibles.

La mayor parte de las magnitudes utilizadas en física son magnitudes intensivas: dureza de minerales, densidad, temperatura, resistencia (en paralelo), etc., y su medida requiere en general procedimientos más sofisticados y rebuscados que los que se usan para las magnitudes extensivas o medibles, sirviéndose en muchos casos de escalas bien ordinales o de intervalos.

Desde un punto de vista didáctico hay que resaltar que en la práctica, la totalidad de las magnitudes trabajadas en la escuela elemental son extensivas o medibles y por tanto la suma está definida de forma natural, lo que permite resaltar ante los alumnos sin dificultad que la suma de dos longitudes es una longitud, que la suma de dos superficies es una superficie, etc.

Noción de razón

A partir de los estudios realizados se puede afirmar: que entre los usos de las fracciones figura el de razón, entendidas de manera genérica, como la comparación entre una parte y otra parte. Es importante, sin embargo, estudiar con más detalle el uso que se hace del término “razón”, ya que no siempre es sinónimo de “fracción”, lo cual puede acarrear dificultades de comprensión para los estudiantes. Hoffer explica claramente estas distinciones. La idea clave es que las fracciones son “cualquier par ordenado de números enteros cuya segunda componente es distinta de cero”: mientras que una razón es “un par ordenado de cantidades de magnitudes”. Cada una de esas cantidades viene expresada mediante un número real y una unidad de medida.

El hecho de que en las razones se refieran a cantidades de magnitudes, medibles cada una con sus respectivas unidades, implica las siguientes diferencias con las fracciones:

- Las razones comparan entre sí objetos heterogéneos, o sea, objetos que se miden con unidades diferentes.
- Algunas razones no se representan con la notación fraccional. Por ejemplo, 10 litros por metro

cuadrado. En este caso no se necesita, ni se usa, la notación de fracción para informar de la relación entre dichas cantidades.

- Las razones se pueden designar mediante símbolos distintos de las fracciones. La razón 4 a 7 se puede poner como 4:7 o $4 \longrightarrow 7$
- En las razones, el segundo componente puede ser cero.
- Las razones no son siempre números racionales. Esta es una diferencia esencial entre “razón” y “fracción”, ya que como vimos las fracciones son siempre interpretables como cociente de enteros.
- Las operaciones con razones no se realizan, en general, de igual manera que las fracciones

Proporción

Cuando en la situación considerada sólo intervienen dos pares de número que se corresponden se dice que se establece una proporción. Una proporción aparece en general bajo la forma de una igualdad entre dos fracciones. En consecuencia, el producto cruzado de los numeradores y denominadores serán iguales entre sí. Cualquier cambio de disposición entre los cuatro números que forman una proporción que no modifique los productos cruzados de los numeradores y denominadores entre sí dará lugar a una nueva igualdad de fracciones. Una proporción permite escribir cuatro igualdades equivalentes entre dos fracciones (que suelen ser interpretadas en este caso como razones)

Dadas dos magnitudes A y B se dice que son proporcionales si están en correspondencia de tal manera que las medidas de las cantidades que se corresponden forman dos series de números proporcionales entre sí, es decir si existe una aplicación lineal $f: A \longrightarrow B$ Fiol y Fortuny (1990) mencionan que el estadio del desarrollo, que empieza a los once años, constituye una culminación respecto al estadio anterior (siete a once años), que es básicamente de elaboración de las operaciones concretas del niño, período de formación que culminará en un período de equilibrio alrededor de los

catorce a quince años o quizás más adelante. Ya que una proporción es una relación que se establece entre relaciones, el niño no puede construirla en el estadio de las operaciones concretas. Pero puede gradualmente:

- a. Establecer compensaciones aditivas $a + b = c + d$.
- b. Comparar por diferencia $a - c = d - b$.
- c. Formular las correlaciones cualitativas.
- d. Comparar cualitativamente la relación entre variables, por ejemplo: a más... más, o a menos... menos, etc.
- e. Concebir fracciones, e incluso en algunos casos comprender la igualdad de dos fracciones << uno es a dos, como cincuenta es a cien >>.
- f. Iniciar las compensaciones multiplicativas del tipo $xy = zv$. Esto lo llevará más adelante a la idea de conservación de áreas de rectángulos, a la comprensión de la ley de la palanca, y del volumen de paralelepípedos, etc.

Hay que tener en cuenta que las compensaciones multiplicativas se relacionan directamente con la noción de proporción, puesto que si se tiene $ab = a'b'$;

también se tiene por definición $\frac{a}{a'} = \frac{b'}{b}$ Pero, y como afirman Inhelder y Piaget (1955), desde el punto

de vista psicológico, comprender la proporción empieza siempre por el descubrimiento de una compensación, pero en cambio parece que comprender una compensación multiplicativa no tiene por qué pasar por la compensación inicial de la proporción.

Bibliografía

- FIOL M., Fortuny (1995) La Proporcionalidad Directa, La forma y el número. Editorial Síntesis.
- GARCÍA G., Serrano C. (1999) La comprensión de la Proporcionalidad, una Perspectiva Social y Cultural. UPN, ASOCOLME.
- MEN (1998). Matemáticas, Lineamientos curriculares. Bogotá.
- VERGNAUD Gerard. ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS (artículo sin referencia).
- VERGNAUD, Gerard. (1991) El Niño, las Matemáticas y la Realidad. Editorial Trillas